

12. listopadu 2009

1. Nechť P_n značí lineární prostor polynomů nejvýše n -tého stupně. Rozhodněte, zda je zobrazení $A : P_2 \rightarrow P_2$ prosté. Pokud ano, najděte matici zobrazení A^{-1} vzhledem ke standardním bazím $(S) = (x^2, x, 1)$. Pokud není prosté, najděte bázi jádra a spočtěte defekt zobrazení A .

(a) $A(ax^2 + bx + c) = (a + b - c)x^2 + (2a + b - c)x + (-a + b)$.

(b) $A(ax^2 + bx + c) = (a + b + c)x^2 + (2a + b - c)x + (a - 2c)$.

2. Lineární zobrazení $A : P_2 \rightarrow P_1$ je definováno předpisem $A(ax^2 + bx + c) = (a + b + 2c)x + (2a - b + c)$, lineární zobrazení $B : P_1 \rightarrow P_2$ je definováno předpisem $B(ax + b) = (a + b)x^2 + (2a - b)x + (-a + b)$. Rozhodněte, zda je prosté zobrazení C . Pokud ano, najděte matici zobrazení C^{-1} vzhledem ke standardním bazím $(S_2) = (x^2, x, 1)$, resp. $(S_1) = (x, 1)$. Pokud není prosté, najděte bázi jádra a spočtěte defekt zobrazení C .

(a) $C = A \circ B : P_1 \rightarrow P_1$.

(b) $C = B \circ A : P_2 \rightarrow P_2$.

3. Najděte bázi lineárního prostoru všech čtvercových matic řádu 2, které komutují s maticí \mathbf{A} , jestliže

(a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, (b) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.