Lineární zobrazení

7.94. Cvičení. Hodnota zobrazení $f : \mathrm{R}^3 \to \mathrm{R}^4$ je dána pro každý vektor $x = (x_1; x_2; x_3) \in \mathrm{R}^3$ níže uvedeným předpisem. Rozhodněte, zda je f lineární.

a) $f(x_1; x_2; x_3) = (1; 2x_1; 3; 4x_2)$,

b) $f(x_1; x_2; x_3) = (0; x_3; x_2; x_1)$,

c) $f(x_1; x_2; x_3) = (x_1 + x_2 - x_3, x_2 + x_3 - x_1, x_3 + x_1 - x_2, x_1 + x_3)$,

d) $f(x_1; x_2; x_3) = (x_1, x_1^2, x_2, x_3^3)$,

e) $f(x_1; x_2; x_3) = (x_1 + 1, x_2 + 1, x_3 + 1, x_3 - 1)$,

f) $f(x_1; x_2; x_3) = (2x_1 + 3x_2 - x_3, x_1 + 2x_2 - 4x_3, -x_1 + 2x_2 - 3x_3, 4x_1 + 2x_2 - 2x_3)$,

g) $f(x_1; x_2; x_3) = (x_1; x_1; x_1; x_1)$,

h) $f(x_1; x_2; x_3) = (0; 0; 0; 0)$.

[Ne;Ano;Ano;Ne;Ne;Ano;Ano;Ano]

7.107. Cvičení. Zobrazení $f : \mathrm{R}^n \to \mathrm{R}^m$ je dáno svou maticí vzhledem ke standardním bázím. Určete n a m. Najděte def f, Ker f, hod f a vypočtěte $f(x_1; ...; x_n)$. Nakonec najděte pro daný vektor $(y_1; ...; y_m)$ všechny vektory $u \in \mathrm{R}^n$, pro které $f(u) = (y_1; ...; y_m)$.

a) $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, c) $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, d) $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

7.117. Cvičení. V R^3 je dána báze $\mathrm{B} = \{b_1; b_2; b_3\}$, kde $b_1 = (2; -1; 0), b_2 = (1; 0; 2), b_3 = (1; 1; 0)$. (Prověřte, zda se jedná o bázi.) U lineárního zobrazení $f : \mathrm{R}^3 \to \mathrm{R}^4$ jsou známy jen hodnoty na bázických prvcích. Najděte f(1; 2; 4).

a)$f(b_1) = (2; 1; -1; 0), f(b_2) = (1; 2; 2; 2), f(b_3) = (1; 2; 1; 0)$,

b) $f(b_1) = (3; 0; 3; 3), f(b_2) = (6; 3; 1; -4), f(b_3) = (3; -3; 6; 3)$,

c) $f(b_1) = (1; -3; 0; 5), f(b_2) = (4; 3; 3; -4), f(b_3) = (5; 0; 3; 1)$,

d) $f(b_1) = (0; 0; 0; 0), f(b_2) = (-2; -1; -3; -1), f(b_3) = (6; 3; 9; 3)$,

e) $f(b_1) = (1; -1; 1; 1), f(b_2) = (-2; -2; 3; -3), f(b_3) = (1; 0; 0; 2)$.

[(1,3,6,4);(12, 3, 5, −8);(19, 9, 9, −12);(2,1,3,1);]

7.118. Cvičení. Uspořádejte bázi B ze cvičení 7.117 (B) $= (b_1; b_2; b_3)$. Pro zobrazení $f : \mathrm{R}^3 \to \mathrm{R}^4$ z tohoto cvičení najděte matici zobrazení. Vzhledem k bázi (B) v R^3 a standardní bázi v R^4.

[Vektory f(B) usp. do sloupcu]

7.119. Cvičení. Najděte jádro, defekt a hodnost zobrazení f ze cvičení 7.117. Dále najděte nějakou bázi lineárního podprostoru $f(\mathrm{R}^3)$. [def $f = 0$, hod $f = 3$; 0,3; 1,2; 2,1;]