

Gaussova eliminace

Řešte následující soustavy lineárních rovnic pomocí matic:

5.44. Cvičení.

a) $2x + 3y = 5$	b) $2x_1 + 3x_2 = 1$	c) $2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 1$
$x + 2y = 3$	$x_1 + 2x_2 = 1$	$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 1$
$2x + 2y = 5$	$3x_1 + 5x_2 = 2$	$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 0$
	$x_1 + 4x_2 = 3$	$2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 4x_5 = 2$
	$4x_1 + 6x_2 = 2$	
d) $3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 1$	e) $4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 8$	
$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 0$	$3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 7$	
$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 + 4x_5 = 2$	$2x_1 - x_2 - 5x_4 = 6$	
$3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 6x_4 + 6x_5 = 2$	$5x_1 - 3x_2 + x_3 - 8x_4 = 1$	

5.45. Cvičení.

a) $2x_1 + 5x_2 = 0$	b) $2x + 3y = 0$	c) $9x + 3y - z = 0$	d) $2x + y + 3z = 0$
$4x_1 + 10x_2 = 0$	$3x - y = 0$	$5x - 2y - 3z = 0$	$3x + y + 2z = 0$
			$2x + 3y + z = 0$
e) $3x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 0$	f) $4x_1 + x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 0$	g) $3u + 2v + w - x = 0$	
$2x_1 + x_2 - 4x_3 = 0$	$x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 7x_4 = 0$	$u + 2v + 3w - x = 0$	
$4x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 0$	$3x_1 - x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 0$	$2u + 3v + w + x = 0$	
	$2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0$	$u + 2v + 3w - x = 0$	
h) $x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 0$	i) $4x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 + 2x_5 + 3x_6 = 0$		
$2x_1 - 5x_2 + 7x_3 - x_4 = 0$	$2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 + 2x_6 + x_7 = 0$		
$4x_1 - x_2 + x_3 + 7x_4 = 0$	$6x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 9x_6 + 8x_7 = 0$		
$3x_1 + 15x_2 - 22x_3 + 21x_4 = 0$			
$3x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0$			

5.46. Cvičení.

a) $2x + 3y = 7$	b) $3x + y = -1$	c) $4x - 2y = -4$	d) $x_1 - x_2 + x_3 = 1$
$2x + y = 2$		$-2x + y = 2$	$x_1 + x_2 + x_3 = 5$
			$x_1 + x_3 = 3$
e) $x_1 - 4x_2 + x_3 = 1$	f) $3x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 6x_4 = 1$	g) $2x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1$	
$3x_1 - 9x_2 - 4x_3 = 11$	$7x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1$	$6x_1 - 9x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3$	
$5x_1 + 2x_2 + x_3 = 111$	$6x_1 + 5x_2 - 13x_3 + 3x_4 = 1$	$2x_1 - 3x_2 + 13x_3 + 18x_4 = 1$	
h) $x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 7$	i) $9x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 7x_4 + 13x_5 - x_6 + 10x_7 = 7$		
$x_1 - 8x_2 - 13x_3 + 9x_4 = -9$	$3x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 4x_5 + x_6 + 4x_7 = 2$		
$4x_1 - 7x_2 - 12x_3 + 11x_4 = 4$	$6x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 5x_4 + 9x_5 + 4x_6 + 9x_7 = 8$		
$2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 6$	$3x_1 + x_2 + 5x_3 + 3x_4 + 5x_5 + 3x_6 + 5x_7 = 6$		
$3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 13$	$9x_1 + 3x_2 + 12x_3 + 8x_4 + 14x_5 + 9x_6 + 15x_7 = 15$		

5.51. Cvičení.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a)} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 & \text{b)} 2x_1 + 3x_2 = 4 & \text{c)} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -3 \\
 x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 11 & 3x_1 + 4x_2 = 6 & 7x_1 + x_2 - 3x_3 = 16 \\
 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 & & x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\
 \text{d)} 4x_1 - x_2 + x_3 = 1 & \text{e)} x_1 + x_2 - x_3 = 2 & \text{f)} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\
 x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 & x_1 - x_2 + x_3 = 2 & x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\
 16x_1 + 15x_2 - 9x_3 + 4x_4 = -1 & -4x_2 + 2x_3 = -2 & x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -2 \\
 5x_1 - 6x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 & &
 \end{array}$$

5.52. Cvičení. Rozhodněte v závislosti na parametru $p \in R$, jak vypadají množiny řešení následujících soustav.

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} px + y = p & \text{b)} 2x_1 - px_2 - x_3 = 3 & \text{c)} x + y + pz = p & \text{d)} px + y + z = 1 \\
 x + py = 1 & x_1 - 7x_2 - 5x_3 = 0 & x + py + z = 1 & x + py + z = -1 \\
 -x_1 + 3x_2 + px_3 = -1 & px + y + z = 1 & & x + y + pz = (p - 1)^2 \\
 \text{e)} x_1 + px_2 - x_3 + x_4 = -3 & \text{f)} x_1 + x_2 + 2x_3 = 6 & \text{g)} x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 4 = 1 & \\
 -7x_1 + px_2 + 3x_3 + x_4 = -3 & 3x_1 + 7x_2 - 4x_3 = 16 & x_1 + 3x_2 - 2x_3 + px - 4 = 1 & \\
 -2x_1 + x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 & x_1 + px_2 - 8x_3 = 4 & 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x - 4 = 2 & \\
 3x_1 + x_2 - 3x_4 = 1 & x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 4 & & \\
 \text{h)} x_1 + x_2 + x_3 = 1 & \text{i)} px_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 & \text{j)} (p+1)x_1 + x_2 + x_3 = p(p+3) & \\
 x_1 + px_2 + x_3 = p & x_1 + px_2 + x_3 + x_4 = 1 & x_1 + (p+1)x_2 + x_3 = p^2(p+3) & \\
 x_1 + x_2 + px_3 = p & x_1 + x_2 + px_3 + x_4 = 1 & x_1 + x_2 + (p+1)x_3 = p^3(p+3) & \\
 x_1 + x_2 + x_3 + px_4 = 1 & & &
 \end{array}$$

5.53. Cvičení. Rozhodněte v závislosti na parametrech $p, q, r \in R$, jak budou vypadat množiny řešení následujících soustav.

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} -2x + y + z = 7 & \text{b)} px + y + z = 1 & \text{c)} px + y + z = 1 & \text{d)} px + qy = p \\
 px + 2y - z = 2 & x + py + z = p & x + qy + z = 1 & qx + py = q \\
 -3x + y + 2z = q & x + y + pz = q & x + y + rz = 1 &
 \end{array}$$